



BUDAPESTI MŰSZAKI
ÉS GAZDASÁGTUDOMÁNYI EGYETEM
Építőmérnöki Kar - építőmérnöki képzés 1782 óta

Bepillantás a jövődbe! – Komplex műegyetemi pályaorientációs és továbbtanulást segítő programok (EFOP-3.4.4-16-2017-00025)

PÉLDATÁR LEENDŐ ÉPÍTŐMÉRNÖKÖKNEK

SZÉCHENYI 2020



MAGYARORSZÁG
KORMÁNYA

Európai Unió
Európai Szociális
Alap



BEFEKTETÉS A JÖVŐBE

Kedves Diákok!

Az építőmérnöki szakma sokszínűségét nehéz lenne néhány mondattal bemutatni. Épített környezetünk ezer szállal kapcsolódik szakmánkhoz, bármerre fordulunk is, mérnöki munka nyomait fedezhetjük fel. Utak, vasútvonalak, közlekedést kiszolgáló létesítmények (pl. alagutak, hidak), rendezett folyópartok, városi épületek, sportlétesítmények, mezőgazdaságot kiszolgáló objektumok, ipari épületek, szórakoztató centrumok, pihenést biztosító épületkomplexumok mindegyikének tervezésében és kivitelezésében közreműködtek építőmérnökök.

Ennek a nagyon szerteágazó területnek vannak „alapkövei”, ezek azok a tudományágak, melyek ismerete nélkül nem lehet műszakilag tökéletes, tartós, biztonságos létesítményeket megvalósítani.

Ez a példatár olyan feladatokat tartalmaz, melyek a középiskolai fizika tananyagra épülnek, de már a leendő építőmérnöki feladatokra koncentrálnak.

Tulajdonképpen egy kalandra hívunk Benneteket.

Olyan kérdéseket teszünk fel, melyek mérnöki munka során előfordulnak, és megoldásuk során további mérnöki feladatokat világítanak meg, vagy hozzásegítenek bonyolultabb összefüggések megértéséhez is.

Bízunk abban, hogy a kiadványt szívesen veszitek majd kézbe, és – ha csak néhány óra erejéig is – de mérnökké válásotok folyamatának egyik szereplője lesz.

A feladatsort összeállította:

Ádány Sándor, okleveles szerkezet-építőmérnök

Bersényiné Geleji Borbála, okleveles szerkezet-építőmérnök

Tartalom

1.	Vektorok	4
2.	Egyenes vonalú mozgás	5
3.	Körmozgás	6
4.	Rezgések és hullámok	7
	Megoldások	8

1. Vektorok

1.1. Feladat

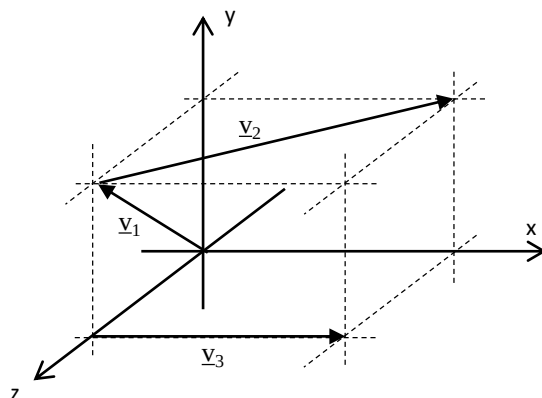
Adja meg az ábra alapján v_2 vektor koordinátáit és hosszát!

Adatok:

- v_1 vektor: az y - z síkban fekszik,
hossza: 7 egység
 z tengellyel bezárt szöge: 40°
- v_3 vektor: párhuzamos az x tengellyel
hossza: 8 egység

Mekkora a v_1 és a v_2 vektorok összege?

A szaggatott szerkesztővonalak párhuzamosak egy-egy koordináta-tengellyel.



1.2. Feladat

Egy papírsárkányt a szél a vízszintessel 45° -os szöget bezáróan fúj felfelé, 4 erőegységgel (a vektor hossza: 4). A kötél pedig tartja a vízszintessel 35° -os szöget bezáróan lefelé, 6 erőegységgel. Milyen irányba tart a papírsárkány (abba az irányba fog tartani, amilyen irányú a erő)?

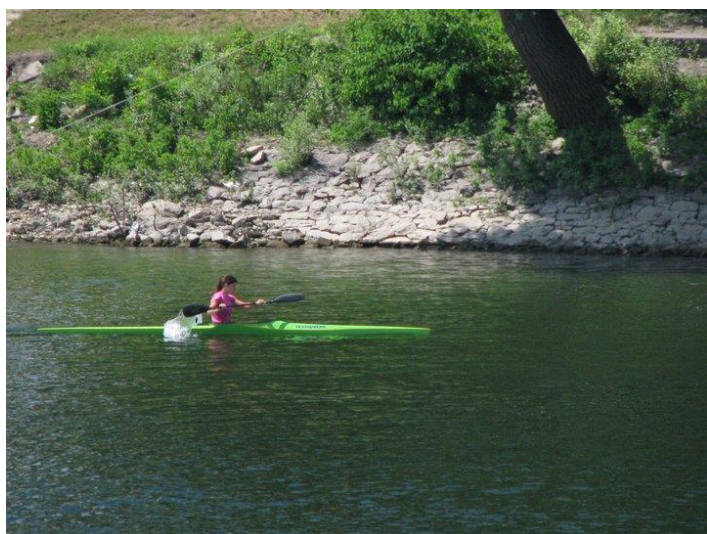
(kép forrása: www.csaladinet.hu)

1.3. Feladat

Egy kajakos a Dunán evez, és szeretne átkelni az egyik parttól a túloldalra. A Duna sebessége 1 m/s (lefelé), a kajakos pedig állóvízben 12 m/s sebességre képes.

Merre fordítsa a hajóját, ha a folyásirányra merőlegesen szeretne haladni?

Mekkora sebességgel halad ekkor?



1.4. Feladat

A bakdaru portálja a képen látható y irányba képes mozogni, a futómacskája x irányba, és a kötél leeresztésével vagy felhúzásával oldható meg a mozgás a z tengely irányába.

Mindhárom mozgást külön motor biztosítja. Mekkora elmozdulást állítsunk be a portálnak és a futómacskának, ha az aktuális helyzetétől egy, az y tengellyel 55° -os szöget bezáró irányban 9 méterre található raklapot szeretnénk felemelni?

Mennyit kell leengedni a kampót, ha tudjuk, hogy a térbeli elmozdulásvektor hossza 11 m?

(kép forrása: <http://hu.shipyardjibcrane.com> AXEL-Bakdaru)



2. Egyenes vonalú mozgás

2.1. Feladat

Egy anyagi pont egyenes vonalon, egyenletes sebességgel mozog. Az óránk másodpercmutatója segítségével megpróbáljuk meghatározni a sebességét. Amíg elhalad egy ismert, 1,2 m hosszú úton, addig a másodpercmutató 16-tól a 22-ig ért el. Mekkora az anyagi pont sebessége?



2.2. Feladat

Egy lakás felmérése közben lézeres távmérővel dolgozunk.

Ez úgy működik, hogy a kibocsátott lézervfényt visszaverődéséig eltelt időt méri meg, és ebből számítja a távolságot.

Ha a hatótávolsága 0,05 - 50 m között van, akkor milyen időtartományban kell tudnia mérni?

A fény sebessége kb. 300 000 km/s.

(kép forrása: www.timarszerszam.hu)

2.3. Feladat

Egy anyagi pont mozgását a következő két függvény írja le (ha az időt másodpercben írjuk be a t helyére, akkor az eredményt centiméterben kapjuk meg):

$$x(t) = 3t + 2 \text{ [cm]}$$

$$y(t) = 2t - 5 \text{ [cm]}$$

Mekkora a pont sebessége, és hol volt a $t = 0$ időpillanatban?



2.4. Feladat

Meg kellene mérnünk, hogy kb. milyen sebességgel folyik a víz az utca alatti csatornában. Ehhez hajtogattunk egy papírhajót, és a stopper elindításával egyidőben beledobtuk a vízbe az egyik csatornafedélnél. A következő csatornafedél 0,7 km-re található, gyorsan odaszaladtunk, és azt tapasztaltuk, hogy 12 perc múlva ért oda a hajónk. Hány m/s a víz sebessége?

(kép forrása: www.szekesfehervar.hu)

2.5. Feladat

Egy betonkeverőnek (mixerkocsi) 100 perc alatt ki kell érnie a helyszínre, hogy a beton ne kezdjen el megkötni útközbén. Milyen messzire vállaljon szállítást, ha átlagosan 30 km/h sebességgel tud közlekedni?

(kép forrása: www.betonar.hu)



2.6. Feladat

Egy beépítendő terület feltérképezésével bíztak meg egy földmérő mérnököt. Ehhez egy drónt fog használni, amit aznap 2 órára vihet el. Belefér-e az időbe a terület felmérése, ha a drón mérés közben legfeljebb 6 m/s sebességgel tud haladni, és összesen 10 km utat kell bejárnia a felméréshez? Tudjuk még, hogy a helyszínre 40 percet kell autóznia.

(kép forrása: www.navicom.hu)

2.7. Feladat

Egy anyagi pont mozgását a következő függvények írják le (ha az időt másodpercben írjuk be a t helyére, akkor az eredményt méterben kapjuk meg) :

$$x(t) = 5t \text{ [m]}$$

$$y(t) = 2t - 1 \text{ [m]}$$

$$z(t) = 4,905t^2 + 3t \text{ [m]}$$

Mekkora az anyagi pont sebessége és gyorsulása? Honnan indult?



2.8. Feladat

Egy autó közlekedik a jeges úton. A sofőr szeretné megbecsülni, hogy mennyire csúszik az út, ezért fékpróbát tart. 30 km/h sebességről így óvatosan fékezve 3 másodperc alatt sikerült megállnia. Mennyi volt a fékezés közben a gyorsulása? Mennyi volt a fékút? Ha 50 km/h-val folytatja az útját, mennyi idővel és úttal kell számolnia megállásig?

(kép forrása: www.rentautorent.com)

3. Körmozgás

3.1. Feladat

Egy anyagi pont mozog egy $r = 2 \text{ m}$ sugarú körpályán, a szögelfordulását a következő függvény írja le:

$$\varphi(t) = 3t + 8 \text{ [rad]}$$

Írja fel a pont szögsebességét, (kerületi) sebességét és gyorsulását!



3.2. Feladat

A budapesti 49-es villamos egyenletes sebességgel kanyarodik be a Szent Gellért tér – Műgyetem megállóba. Az ív sugara itt 50 m. Legfeljebb mekkora sebességet válasszon a vezető, hogy a gyorsulás, ami az utasoknak kellemetlenséget okoz, ne legyen nagyobb, mint $0,5 \text{ m/s}^2$?

A választ km/h mértékegységben adja meg!

(kép forrása: www.iho.hu)

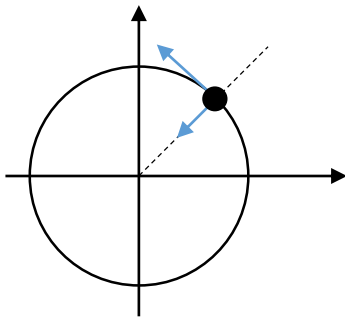
3.3. Feladat

Egy műemléképület termét mérjük fel lézerszkennel. Ez gyakorlatilag úgy történik, hogy a műszert elhelyezzük a terem közepén, ahonnan jól „belát” mindent, és itt automatikusan a vízszintes tengely körül egy félkört, a függőleges tengely körül pedig egy teljes kört megtéve elkészíti a jellemző pontok felmérését. Ezalatt mi elhagyjuk a termet.

Mennyi ideig tart a felmérés (vagyis mennyi idő múlva jöjjünk vissza), ha a műszer $\omega = 0,1 \text{ rad/s}$ sebességgel képes körbeforogni, és a függőleges forgásról a vízszintesre váltáskor tart 1 másodperc szünetet?

(kép forrása: www.lazervision.hu)





3.4. Feladat

- a) Az $r = 3 \text{ m}$ sugarú körpályán $\omega_0 = 1 \text{ rad/s}$ állandó szögsebességgel mozog egy anyagi pont. Mekkora a kerületi sebessége és a gyorsulása?
- b) Mekkora a gyorsulása a kezdeti időpillanatban, ha nem állandó a szögsebessége, hanem ω_0 -ról indulva változik $\kappa = 0,2 \text{ rad/s}^2$ szöggyorsulással?
- c) Mekkora lesz a kerületi sebessége 1 [s] gyorsulás után? És ekkor a gyorsulása?

3.5. Feladat

A képen látható szennyvíz ülepítő kotró-szerkezetének (fekete lapátok) a feladata, hogy időnként minimum 1 cm/s , maximum 3 cm/s egyenletes sebességgel kotorja végig az ülepítő fenekét. Ha a lapátoknak a forgásközépponthoz közeli pontja egy $2,6 \text{ m}$ sugarú körpályán mozog, mekkora sugarú legyen a legkülső pont körpályája? Mekkora szögsebességgel forogjon a kotró? Mennyi idő alatt fordul körbe?



A kép forrása:

<https://debrecenbar.wordpress.com>

4. Rezgések és hullámok

4.1. Feladat

A fázisméréses távmérés úgy működik, hogy a mérőeszköz a kibocsátott hullám visszaverődésének érzékelésekor a beérkező hullám fázisszögét érzékeli. Tehát a teljes félhullámok számát nem tudja, csak az utolsó töredékhullámot. Ezért két (vagy több) különböző hullámhosszal dolgozik, így a nagyobb hullám egy körülbelüli távolságot ad meg, míg a kicsi az utolsó töredékhullámot pontosítja.

A távolság (D , oda-vissza: $2D$) tehát így számítható:

$$2D = N \cdot \lambda + D'$$

N az egész hullámok ismeretlen száma

λ a hullámhossz

D' pedig a töredékhullám hossza

A műszer még egy adatot kiír: a mérés idejét, ezzel tudjuk eldönteni a távolság nagyságrendjét.

Mekkora a mért távolság, ha a következőket tudjuk:

$$\lambda_1 = 200 \text{ m}$$

$$\lambda_2 = 20 \text{ m}$$

$$D'_1 = 70 \text{ m}$$

$$D'_2 = 10 \text{ m}$$

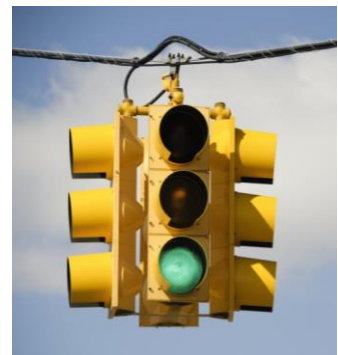
A mérési idő pedig kb. 10 ns (a fény sebessége $3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$)

4.2. Feladat

Egy, középre az autótól fölé befüggesztett közlekedési lámpa kábele meglazult, és az előbbi széllelés hatására nagy amplitúdójú, függőleges irányú lengésbe kezdett az út fölött. Mennyi a lengésének a periódusideje, ha tudjuk, hogy a kábel merevségéből számítható rugóállandó $k = 22 \text{ N/m}$, és a lámpa tömege pedig $m = 5 \text{ kg}$?

A kép forrása:

<https://www.urbo.com>



1. Vektorok

1.1. Feladat

(„vektorok”)

Először írjuk fel a $\underline{v}_1$ és $\underline{v}_3$ vektorok koordinátáit!

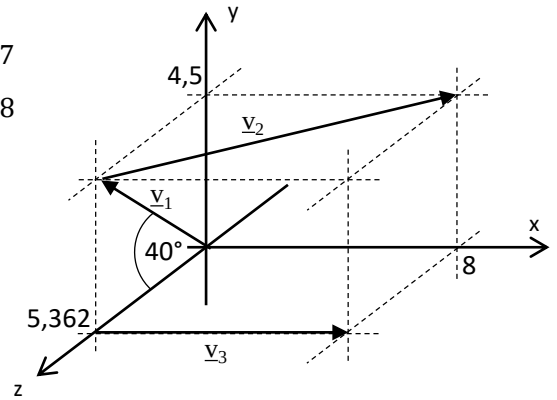
$$\underline{v}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 7 \cdot \sin(40^\circ) \\ 7 \cdot \cos(40^\circ) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 4,500 \\ 5,362 \end{bmatrix} \quad \underline{v}_3 = \begin{bmatrix} 8 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Ezek segítségével tulajdonképpen megkaptuk a szaggatott vonallal jelölt hasáb oldalainak hosszát, abból pedig leolvashatjuk a $\underline{v}_2$ vektor koordinátáit (figyelve az előjelekre!):

$$\underline{v}_2 = \begin{bmatrix} 8 \\ 0 \\ -5,362 \end{bmatrix} \quad \text{Ennek a vektornak hossza:} \quad |\underline{v}_2| = \sqrt{8^2 + 5,362^2} = 9,631$$

A vektorok koordinátáinak ismeretében pedig számítható a $\underline{v}_1$ és $\underline{v}_2$ vektorok összege:

$$\underline{v}_1 + \underline{v}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 4,500 \\ 5,362 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 8 \\ 0 \\ -5,362 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 4,5 \\ 0 \end{bmatrix}$$



1.2. Feladat

(„papírsárkány”)

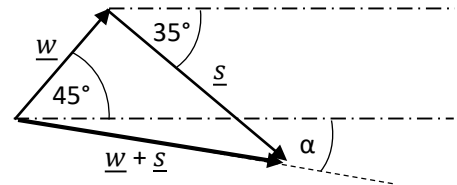
A szél hatásának ($\underline{w}$) és a kötél ($\underline{s}$) vektora látható a jobb oldali ábrán. A feladat a két vektor összegének kiszámítása.

Ehhez határozzuk meg külön-külön a vektorok vízszintes és függőleges koordinátáit, majd azokat adjuk össze:

$$\underline{w} + \underline{s} = \begin{bmatrix} 4 \cdot \cos(45^\circ) \\ 4 \cdot \sin(45^\circ) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 \cdot \cos(35^\circ) \\ -6 \cdot \sin(35^\circ) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7,743 \\ -0,6130 \end{bmatrix}$$

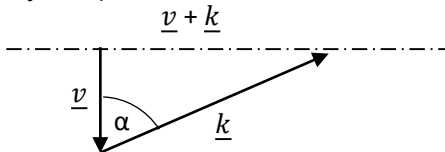
Végül határozzuk meg az összeg vektor irányát:

$$\tan \alpha = \frac{0,6130}{7,743} \rightarrow \alpha = 4,527^\circ$$



1.3. Feladat

(„kajakos”)



A folyó sebessége ($\underline{v}$) adott és irányú (az ábrán függőleges), és hosszúságú (1 m/s). A kajakos sebességének az adott hosszú ($\underline{k}$) vektora pedig a $\underline{v}$ -re merőleges tengelyt kell, hogy mossa. Innen az α szög számítható:

$$\cos \alpha = \frac{1}{12} \rightarrow \alpha = \arccos \frac{1}{12} = 85,22^\circ$$

A kajakos tényleges sebessége pedig a két vektor összege, vagy akár a $\underline{k}$ vektor másik merőleges vetülete:

$$12 \cdot \sin \alpha = 11,56 \text{ m/s}$$

1.4. Feladat

(„bakdaru”)

A felső oldali ábrán felülnézetben láthatjuk a feladatot.

A futómacska (x irány) elmozdulása:

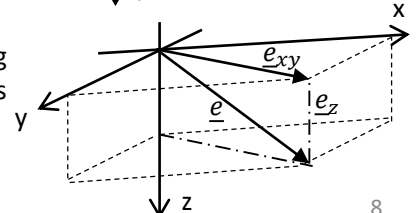
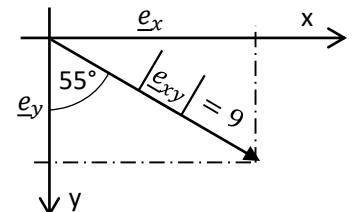
$$e_x = 9 \cdot \sin 55^\circ = 7,372 \text{ m}$$

A portál (y irány) elmozdulása:

$$e_y = 9 \cdot \cos 55^\circ = 5,162 \text{ m}$$

A térbeli elmozdulásvektor ($\underline{e}$) hossza 11 m, ehhez tehát még hozzászámolandó a z irány is (alsó ábra). Ennek a függőleges komponensére vagyunk kíváncsiak (Pithagorasz-tétel):

$$e_z = \sqrt{11^2 - 9^2} = 6,325 \text{ m}$$



2. Egyenes vonalú mozgás

2.1. Feladat

(„anyagi pont”)

1,2 m utat tett meg 6 másodperc alatt, innen a sebessége:

$$v = \frac{s}{t} = \frac{1,2 [m]}{6 [s]} = 0,2 [m/s]$$

2.2. Feladat

(„lézeres távmérő”)

Az alsó határ (0,05 m = 5 cm) méréséhez 10 cm távolságot kell érzékelnie. Ennyi utat a fény

$$t_{min} = \frac{s}{v} = \frac{0,1 [m]}{3 \cdot 10^8 \left[\frac{m}{s}\right]} = 3,333 \cdot 10^{-10} [s] = 0,3333 [ns]$$

idő alatt tesz meg.

A felső határhoz pedig:

$$t_{min} = \frac{s}{v} = \frac{100 [m]}{3 \cdot 10^8 \left[\frac{m}{s}\right]} = 3,333 \cdot 10^{-7} [s] = 333,3 [ns]$$

Ilyen távolságok ezzel a módszerrel történő méréséhez tehát a kb. 0,3333 – 333,3 nanoszekundumos tartományban kell tudnia időt mérni, és ezzel kb. 5 cm pontossággal fogja tudni megadni az értékeket.

2.3. Feladat

(„anyagi pont”)

Az egyenes vonalú, egyenletes mozgás esetében a pont helyét a következő képlettel számíthatjuk:

$$s(t) = v_0 t + s_0$$

Ennek segítségével a megadott $x(t)$ és $y(t)$ függvényekből kiolvashatjuk a sebesség x és y komponensét, valamint a $t=0$ –t behelyettesítve megkapjuk a kiindulási helyzet koordinátáit.

Tehát:

$$x(t) = 3t + 2 [cm] \rightarrow v_{x0} = 3 \left[\frac{cm}{s}\right] \text{ és } x(0) = 2 [cm]$$

$$y(t) = 2t - 5 [cm] \rightarrow v_{y0} = 2 \left[\frac{cm}{s}\right] \text{ és } y(0) = -5 [cm]$$

Számoljuk ki a sebességvektor hosszát is (a teljes, ferde sebességet): $v = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13} = 3,606 \left[\frac{cm}{s}\right]$

2.4. Feladat

(„csatorna”)

0,7 km utat tett meg 12 perc alatt, innen a sebessége (egyeztessük a mértékegységeket!):

$$v = \frac{s}{t} = \frac{700 [m]}{12 \cdot 60 [s]} = 0,9722 [m/s]$$

2.5. Feladat

(„mixerkocsi”)

100 percig mehet átlagosan 30 km/h sebességgel, így a bejárható távolság (egyeztessük a mértékegységeket!):

$$s = v \cdot t = 30 \left[\frac{km}{h}\right] \cdot \frac{100}{60} [h] = 50 [km]$$

2.6. Feladat

(„drón”)

10 km utat kell bejárnia 6 m/s sebességgel (egyeztessük a mértékegységeket!):

$$t = \frac{s}{v} = \frac{10 [km]}{6 \cdot 3,6 \left[\frac{km}{h}\right]} = 0,4630 [h]$$

Plusz az autózás ideje, ami 2x40 perc: $t_{össz} = 0,4630 \cdot 60 [min] + 2 \cdot 40 [min] = 107,8 [min]$

A rendelkezésre álló idő pedig 2 óra, vagyis $2 \cdot 60 [min] = 120 [min]$

És $107,8 [min] < 120 [min]$, tehát belefér az adott időbe a felmérés.

2.7. Feladat

(„anyagi pont”)

Itt már az anyagi pont mozgását térbeli koordináta-rendszerben írtuk le, és a t^2 -es tag a „z” koordinátában arra utal, hogy nem egyenletes, hanem gyorsuló mozgásról van szó.

Az egyenes vonalú, egyenletesen változó mozgás esetében a pont helyét a következő képlettel számíthatjuk:

$$s(t) = \frac{a}{2} t^2 + v_0 t + s_0$$

Ennek segítségével a megadott $x(t)$ és $y(t)$ függvényekből kiolvashatjuk a sebesség x és y komponensét, valamint a $t=0$ -t behelyettesítve megkapjuk a kiindulási helyzet koordinátáit.

Tehát:

$$\begin{aligned} x(t) &= 5t \text{ [m]} & \rightarrow v_{0x} &= 5 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right] \\ y(t) &= 2t - 1 \text{ [m]} & \rightarrow v_{0y} &= 2 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right] & y_0 &= -1 \text{ [m]} \\ z(t) &= 4,905t^2 + 3t \text{ [m]} & \rightarrow a &= 2 \cdot 4,905 = 9,81 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] & v_{0z} &= 3 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right] \end{aligned}$$

Tehát a gyorsulás $a = 9,81 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$ a z tengely irányában,

A sebesség: $v = \sqrt{5^2 + 2^2 + 3^2} = 6,164 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$

És a kiindulási helyzet pedig a (0; -1; 0) pont.

2.8. Feladat

(„autó a jeges úton”)

A változó mozgás képletei, amiket használunk ebben a feladatban:

ahol:	a – gyorsulás	① $v = v_0 + at$
	v – sebesség, v_0 – kezdeti sebesség	② $s = \frac{a}{2} t^2 + v_0 t + s_0$
	s – megtett út s_0 – kiindulási hely	
	t – eltelt idő	

30 km/h sebességről megállva:

$$\begin{aligned} \text{① } 0 &= \frac{30}{3,6} + a \cdot 3 \\ a &= -2,778 \text{ m/s}^2 \\ \text{② } s &= \frac{-2,778}{2} \cdot 3^2 + \frac{30}{3,6} \cdot 3 + 0 = 13,00 \text{ m} \end{aligned}$$

50 km/h sebességről megállva:

$$\begin{aligned} \text{① } 0 &= \frac{50}{3,6} - 2,778 \cdot t \\ t &= 5 \text{ s} \\ \text{② } s &= \frac{-2,778}{2} \cdot 5^2 + \frac{50}{3,6} \cdot 5 + 0 = 34,72 \text{ m} \end{aligned}$$

3. Körmozgás

3.1. Feladat

(„anyagi pont”)

Az egyenletes körmozgás esetében a pont helyét a következő képlettel számíthatjuk:

$$\varphi(t) = \omega t + \varphi_0$$

Ennek segítségével a megadott $\varphi(t)$ függvényből kiolvashatjuk a szögsebességet. Tehát:

$$\begin{aligned} \varphi(t) &= 3t + 8 \text{ [rad]} \rightarrow \omega = 3 \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right] \\ \text{A kerületi sebesség: } v_k &= \omega \cdot r = 3 \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right] \cdot 2 \text{ [m]} = 6 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right] \end{aligned}$$

És a gyorsulás (ami az irányváltozásból adódik): $a_n = \frac{v_k^2}{r} = \omega^2 \cdot r = 3^2 \cdot 2 = 18 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$

3.2. Feladat

(„villamos”)

Ha a villamos egyenletes sebességgel megy, akkor csak a surágírányú gyorsulással kell számolnunk, ami az irányváltozásból adódik, és ennek a képletéből

$$a_n = \frac{v_k^2}{r} \rightarrow v = \sqrt{a_n r} = \sqrt{0,5 \cdot 50} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 18 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

3.3. Feladat

(„lézerszkennér”)

Itt azt kell megértenünk, hogy a szögsebesség hasonlóan „működik”, mint a sebesség, csak itt a megtett út helyett a szögelfordulással kell dolgoznunk. Tehát ha az egyenletes sebességnél $v = \frac{s}{t}$ akkor itt $\omega = \frac{\varphi}{t}$ vagyis a szögsebesség egyenlő azzal a mennyiséggel, hogy egy bizonyos szögelfordulást mennyi idő alatt tesz meg a körmozgást végző anyagi pont. Most nekünk az idő lesz a kérdés, szóval rendezzük át a képletet: $t = \frac{\varphi}{\omega}$.

Így akkor a félkör (függőlegesen): $t_f = \frac{\pi[\text{rad}]}{0,1[\frac{\text{rad}}{\text{s}}]} = 10\pi[\text{s}] = 31,42[\text{s}]$

Utána vár egy másodpercet: $t_{sz} = 1[\text{s}]$

És a teljes kör (vízszintesen): $t_v = \frac{2\pi[\text{rad}]}{0,1[\frac{\text{rad}}{\text{s}}]} = 20\pi[\text{s}] = 62,83[\text{s}]$

A mérés teljes ideje tehát: $\sum t = t_f + t_{sz} + t_v = 31,42[\text{s}] + 1[\text{s}] + 62,83[\text{s}] = 95,25[\text{s}]$

...tehát bő másfél perc...

3.4. Feladat

(„körmozgás, szöggyorsulás”)

a) Ebben a feladatban végigvesszük a körmozgás jellemzőit. Először is adott a körmozgás pályájának a sugara, és a (először állandó) szögsebessége.

Ebből a kerületi sebesség: $v_k = \omega_0 \cdot r = 3 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$

És a gyorsulás (sugárirányú, az irányváltozásból!): $a_n = \frac{v_k^2}{r} = 3 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$

b) Ebben a feladatrészben már olyan gyorsulás is van, amittől a szögsebesség és a kerületi sebesség változik.

Ez az érintőirányú gyorsulás: $a_\tau = \kappa \cdot r = 0,6 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$

És a kettő együtt a teljes gyorsulás, vektorosan összegezve:

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} = 3,059 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$$

c) Végül pedig, a gyorsulás miatt megváltozott sebességgel foglalkozunk. Itt a szögelfordulás – szögsebesség – szöggyorsulás esetében hasonló képletekkel számolhatunk, mint az egyenes vonalú mozgásnál a megtett út – sebesség – gyorsulás mennyiségek között:

$$\omega = \omega_0 + \kappa \cdot t = 1,2 \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$$

Ha pedig a szögsebességet ismerjük, akkor az előző feladatrészekben is használt képletekkel számolhatunk:

$$v_k = \omega \cdot r = 3,6 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

$$a_n = \frac{v_k^2}{r} = 4,32 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] \rightarrow a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} = 4,361 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$$

3.5. Feladat

(„szennyvízülepítő”)

Kotrólápátok: a forgó szerkezet egyenletes szögsebességgel forogva el tudja érni, hogy mindenhol egyenletes kerületi sebességgel kotorjon, de ez nem lesz ugyanakkora a közelebbi és a távolabbi pontokon (mivel $v_k = \omega \cdot r$). Ebből képletből az is látszik, hogy háromszor akkora sebességhez, ugyanakkora szögsebesség mellett háromszor akkora távolság tartozik. Tehát a kotrólápátok külső pontja háromszor akkora sugarú körön kotorjon, tehát:

2,6 m és $(2,6 \times 3 =) 7,8$ m sugarú kör között.

Az ehhez tartozó szögsebesség tehát (mértékegységekre figyeljünk!):

$$\omega = \frac{1 \left[\frac{\text{cm}}{\text{s}} \right]}{260 [\text{cm}]} = 3,846 \cdot 10^{-3} \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$$

Egy kör (ami ugye 2π radián) ideje pedig, vagyis a periódusidő:

$$T = \frac{2\pi [\text{rad}]}{3,846 \cdot 10^{-3} \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]} = 1634[\text{s}] = 27,23 [\text{min}]$$

4.1. Feladat („fázismérés”)

Az ábrán látható, hogy hogyan értelmezhető ez a kétféle hullámhosszal történő mérés. Felül a nagyobb hullámhossz (1-es), alul a kisebb (2-es). Van tehát N_1 db egész hullám a λ_1 -es hullámból, és a „maradék” pedig D'_1 , a λ_2 -es hullámból pedig: a teljes számot oda-vissza kapjuk, tehát a távolság kétszeresét kapjuk meg, vagyis:

$$2D = N\lambda + D'$$

Vagy a távolság „csak odafelé”:

$$D = \frac{N}{2} \lambda + \frac{D'}{2}$$

És ez mindkét hullámhosszra érvényes:

$$D = \frac{N_1}{2} \cdot \lambda_1 + \frac{D'_1}{2} = \frac{N_2}{2} \cdot \lambda_2 + \frac{D'_2}{2}$$

$$\text{Behelyettesítve: } D = N_1 \cdot \frac{200 \text{ [m]}}{2} + \frac{70 \text{ [m]}}{2} = N_2 \cdot \frac{20 \text{ [m]}}{2} + \frac{10 \text{ [m]}}{2}$$

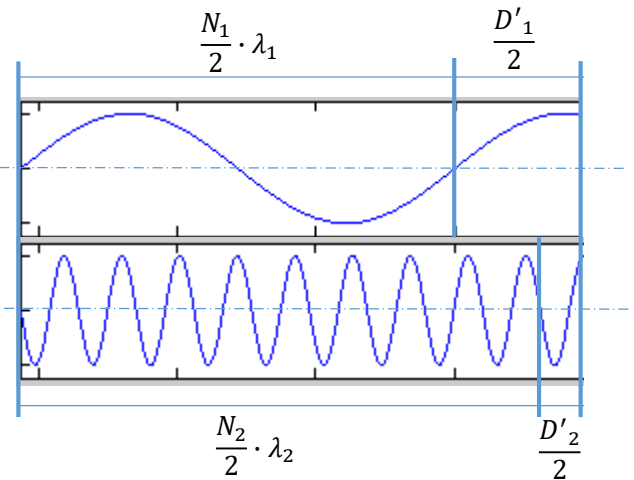
Na de ebből még két ismeretlenünk van az egyenletben, még nem tudunk egyértelmű megoldást.

Viszont tudjuk, hogy N_1 és N_2 egész számok és van még egy adatunk: a mérési idő kb. 10 ns. Ebből kiderül, hogy a keresett távolság kb. (itt is a teljes mérés „oda-vissza” értendő!):

$$2s = v \cdot t = 3 \cdot 10^8 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right] \cdot 10 \cdot 10^{-9} [\text{s}] = 300 \text{ [m]} \rightarrow D \approx 150 \text{ [m]}$$

$$\text{Így nézzük meg az } N_1 = 1 \text{ esetet: } D = 1 \cdot \frac{200 \text{ [m]}}{2} + \frac{70 \text{ [m]}}{2} = 135 \text{ [m]} = N_2 \cdot \frac{20 \text{ [m]}}{2} + \frac{10 \text{ [m]}}{2} \rightarrow N_2 = 13$$

Mivel az N_2 -re is egész számot kaptunk, ezért ez a jó megoldás.



4.2. Feladat

(„közlekedési lámpa”)

A megadott tömegből és rugómerevségből ki tudjuk számolni a szabadrezgés sajátkörfrekvenciáját:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{22 \left[\frac{\text{N}}{\text{m}} \right]}{5 \text{ [kg]}}} = 2,0976 \left[\frac{1}{\text{s}} \right]$$

Ebből pedig a periódusidő:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{2,0976 \left[\frac{1}{\text{s}} \right]} = 2,995 \text{ [s]}$$

Vagyis kb. 3 másodperc telik el két „legfelső” állapot között.